Вывод классической формулы выпадения сторон монеты из формул для пропорций составных событий потоковой последовательности.

Сведения об авторе. Инженер-программист НТЦ Модуль, Филатов О.В. г. Москва.

Аннотация. По классической формуле описывающей выпадение сторон монеты нельзя рассчитать численность составных событий в потоковой последовательности (п-ти). Но из формул для расчёта составных событий потоковой п-ти выводится классическая формула монеты. Следовательно, формулы потоковой п-ти являются первичными формулами. В статье показан вывод формулы выпадения сторон монеты из формул потоковой п-ти для составных событий.

Ключевые слова: потоковая последовательность, составное событие, элементарное событие, цуга, мода, выпадение сторон монеты.

Используемые сокращения и термины:

ПП - потоковая последовательность.

ф.; ф-ла – формула;

Эл – элементарное бинарное случайное событие (0; 1).

Введение.

В работе [4] было показано на основе экспериментальных данных, как по уже выпавшим составным событиям (о составных событиях написано в работах [1,2]), образованных бинарными случайными элементарными событиями можно выбирать один из двух вероятностных потоков. Первый вероятностный поток соответствует тому, что указанное составное событие повторится в 18% случаев. А второй вероятностный поток соответствует тому, что указанное составное событие повторится в 37% случаев (пропорции этого потока близки к пропорциям Золотого сечения).

Так как в работе [4] не были приведены формулы для количественного расчёта, то эти формулы приводятся в данной работе.

В работе [4] рассматривался первичный случайный процесс эквивалентный подбрасыванию монеты. Случайные события этого процесса последовательно записывались по мере выпадения, друг за другом, образуя потоковую последовательность (ПП): F0,5(N). Где: F – обозначает поток бинарных событий; 0,5 – показывает вероятность выпадения элементарного события (эла); N – указывает на порядковый номер последнего выпавшего элементарного события (эла).

Таким образом, была создана и записана на диск случайная, максимально сложная ПП, длиной в $5*10^8$ бинарных событий. В записанную, на диск, ПП осуществлялось внедрение зонда толщиной в 1 эл (z=1), с шагом 25 эл (подробнее о зондовых внедрениях в работе [3]). После внедрения зонда определялась длина составного события ${}^{n}S_{N}$, в которое попадал зонд. Определялись длины составных событий слева и справа от зондового события. По результатам определения длины зондового события и событий слева и справа от него была построена таблица, «Последовательности ${}^{n}S$ событий», которая повторена в этой работе как таблица 1.

Описание вероятностных цепочек.

${}_{k}^{n}SX$; ${}_{k}^{n}SX_{right}^{left}$; ${}_{k}^{n}SX_{n}^{n}$ - это вероятностные цепочки составных событий.

${}_{k}^{n}SX$ - если длины событий слева и справа от зондового события (событие в которое попал зонд) не равны длине зондового события, то эта цепочка ${}_{k}^{n}SX$ учитывалась в столбце 2, который имеет символьное обозначение «≠_${}^{n}S$ X _≠».

Две последующие цепочки описываются одной и той же формулой, поэтому им присвоено одно на двоих символьное обозначение - ${}_{k}^{n}SX_{right}^{left}$.

${}_{k}^{n}SX_{right}^{left}$ - если длина события слева не равна длине зондового события, а длина события справа равна длине зондового события, то эта цепочка

${}^{n}_{k}SX^{left}_{right}$ учитывалась в столбце 3, который имеет символьное обозначение «≠_^{n}SX_^{n}S».

${}^{n}_{k}SX^{left}_{right}$ - если длина события справа не равна длине зондового события, а длина события слева равна длине зондового события, то эта цепочка ${}^{n}_{k}SX^{left}_{right}$ учитывалась в столбце 4, который имеет символьное обозначение «^{n}S_^{n}SX_≠».

${}^{n}_{k}SX^{n}_{n}$ - длины событий слева и справа равны длине зондового события, эта цепочка учитывалась в столбце 5, «^{n}S_^{n}S X _^{n}S».

Столбец 6 - «∑2,3,4,5» является суммой столбцов: 2,3,4,5 .

Таблица 1.

N[1] = 5*10^{8} эл; k(пропуск) = 25; N / k = 2*10^{7} число погружений зонда в ПП					
^{n}M	${}^{n}_{k}SX = {}^{n}_{k}S_N \cdot \frac{(2^n-1)^2}{2^{2n}}$	${}^{n}_{k}SX^{left}_{right} = \frac{{}^{n}_{k}SX}{2^n-1} = {}^{n}_{k}S_N \cdot \frac{2^n-1}{2^{2n}}$		${}^{n}_{k}SX^{n}_{n} = \frac{{}^{n}_{k}S_N}{2^{2n}}$	${}^{n}_{k}S_N = \frac{n \cdot N}{k \cdot 2^{n+1}}$
1	2	3	4	5	6
n	≠_^{n}S X _≠	≠_^{n}S X _^{n}S	^{n}S _^{n}S X_≠	^{n}S _^{n}S X_ ^{n}S	∑2,3,4,5
1	1251186	1249116	1248252	1249427	4997981
2	2812208	937865	936791	311787	4998651
3	2875015	410314	410669	59318	3755316
4	2195761	146647	146154	9749	2498311
5	1465252	47355	47737	1451	1561795
6	908043	14397	14288	239	936967
7	538637	4302	4230	37	547206
8	310129	1257	1281	6	312673
9	174770	300	319	${}^{n}_{k}SX^{n}_{n} = \frac{{}^{n}_{k}SX^{left}_{right}}{2^n-1}$	175389
10	97681	89	90		97860
11	54134	21	29		54184
12	29489	…	…		29501
13	15724	$^{n}(3) = {}^{n}(4)$ $\frac{^{n}(4)}{^{n}(4) + {}^{n}(5)} = \frac{2^n-1}{2^n}$	$^{n}(4) + {}^{n}(5) = \frac{{}^{n}_{k}S_N}{2^n}$ $\frac{^{n}(5)}{^{n}(4) + {}^{n}(5)} = \frac{1}{2^n}$		15727
14	8635				8638
15	4656				4656
16	2364				2364
17	1303				1303
…	…				…
∑S ($\frac{N}{k}$%)	12 746 464 (≈63,73%)	2 811 672 (≈14,06%)	2 809 849 (≈14,05%)	1 632 014 (≈8,16%)	20000000 (100%)
∑El (^{n}SX)	47 292 171 (≈78,81%)	5 309 636 (≈8,45%)	5 306 931 (≈8,84%)	2 098 947 (≈3,50%)	60007685 (100%)

[1] Button204 Вкладка «Втыки»

$\overline{El}$	${}^{\sum El}/_{\sum S} \approx 3{,}71$	${}^{\sum El}/_{\sum S} \approx 1{,}89$	${}^{\sum El}/_{\sum S} \approx 1{,}89$	${}^{\sum El}/_{\sum S} \approx 1{,}29$	${}^{\sum El}/_{\sum S} \approx 3{,}0$

В столбце 1 приведены номера мод, которые соответствуют длинам составных событий.

Строки таблицы: 1, .., 17 – соответствуют модам и содержат численности описанных выше случаев («≠_^{n}SX _≠», «≠_^{n}SX _ ^{n}S», «^{n}S_^{n}SX_≠», «^{n}S_^{n}SX_^{n}S», «∑2,3,4,5») для каждой из мод.

Число составных событий ^{n}S для каждой из мод в столбце 6 рассчитывается по ф.1 (смотри работу [3], ф.9):

$$ {}_{k}^{n}S_{N} = \frac{N}{k} \cdot {}^{n}p = \frac{n \cdot N}{k \cdot 2^{n+1}} \qquad \text{Ф. 1} $$

Численность событий ${}_{k}^{n}S_{N}$ в строках столбца 6 есть сумма по столбцам 2,3,4,5. Поэтому можно написать ф.2 (равенство), которое связывает между собой все столбцы 2,3,4,5 и столбец 6:

$$ {}_{k}^{n}S_{N} = {}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX} + {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} + {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} + {}_{k}^{n}SX_{n}^{n} \qquad \text{Ф. 2} $$

Нормирование по числу зондовых исследований $\frac{N}{k}$ показано в ф.2.1:

$$ \left(\sum_{n=1}^{\infty} {}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX} + \sum_{n=1}^{\infty} {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} + \sum_{n=1}^{\infty} {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} + \sum_{n=1}^{\infty} {}_{k}^{n}SX_{n}^{n} \right) : \frac{N}{k} = 1 \qquad \text{Ф. 2.1} $$

Формулы для связи ${}_{k}^{n}S_{N}$ - полного числа событий с каждой из вероятностных цепочек. Модовая вероятность выпадения цепочки.

Применяемые ниже сокращения раскрыты в вышеприведённом подразделе «Описание вероятностных цепочек».

Модовая вероятность обозначатся буквой p и буквой n - в левом верхнем углу: ${}^{n}p$ - буква n подчёркивает, что это модовая вероятность. Модовая вероятность может быть применена в расчётах только после внедрения зонда в составное событие и определение длины этого составного события. До внедрения зонда в составное событие неясно, какую конкретно модовую вероятность, из полного множества модовых вероятностей, надо выбирать.

По ф.4 рассчитывается число вероятностных цепочек типа ${}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX}$ (мат. ожидание) :

$$ {}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX} = {}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{S}_{\mathrm{N}} \cdot \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} \qquad \text{Ф. 4} $$

По ф.4.1 рассчитывается вероятность для цепочки ${}^{n}p({}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX})$:

$$ {}^{n}p({}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX}) = \frac{{}_{k}^{n}SX}{{}_{k}^{n}S_N} = \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} \qquad \text{Ф. 4.1} $$

По ф.5 рассчитывается число вероятностных цепочек типа ${}_{k}^{n}SX_{right}^{left}$ (мат. ожидание) :

$$ {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} = {}_{k}^{n}S_N \cdot \frac{2^n-1}{2^{2n}} \qquad \text{Ф. 5} $$

По ф.5.1 рассчитывается вероятность для цепочки ${}^{n}p\left({}_{k}^{n}SX_{right}^{left}\right)$:

$$ {}^{n}p\left({}_{k}^{n}SX_{right}^{left}\right) = \frac{{}_{k}^{n}SX_{right}^{left}}{{}_{k}^{n}S_N} = \frac{2^n-1}{2^{2n}} = \frac{(2^n-1)^1}{2^{2n}} \qquad \text{Ф. 5.1} $$

По ф.6 рассчитывается число вероятностных цепочек типа ${}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX}$ (мат. ожидание):

$$ {}_{k}^{n}SX_{n}^{n} = \frac{{}_{k}^{n}S_N}{2^{2n}} \qquad \text{Ф. 6} $$

По ф.6.1 рассчитывается вероятность для цепочки ${}^{n}p({}_{k}^{n}SX_{n}^{n})$:

$$ {}^{n}p({}_{k}^{n}SX_{n}^{n}) = \frac{{}_{k}^{n}SX_{n}^{n}}{{}_{k}^{n}S_N} = \frac{1}{2^{2n}} = \frac{(2^n-1)^0}{2^{2n}} \qquad \text{Ф. 6.1} $$

Для перехода от математического ожидания числа цепочек к вероятности их выпадения делим каждый член ф.2 на ${}_{k}^{n}S_N$ – полное число событий во всех вероятностных цепочках для каждой моды.

$$ \frac{{}_{k}^{n}SX}{{}_{k}^{n}S_N} + \frac{{}_{k}^{n}SX_{right}^{left}}{{}_{k}^{n}S_N} + \frac{{}_{k}^{n}SX_{right}^{left}}{{}_{k}^{n}S_N} + \frac{{}_{k}^{n}SX_{n}^{n}}{{}_{k}^{n}S_N} = \frac{{}_{k}^{n}S_N}{{}_{k}^{n}S_N} $$

Получаем полную (единичную) сумму вероятностей. Сумма вероятностей всех четырёх возможных цепочек равна единице, ф.7:

$$ {}^{n}p\left({}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{k}}\mathrm{SX}\right) + {}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{left}_{right}\right) + {}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{left}_{right}\right) + {}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{n}_{n}\right) = 1 \qquad \text{Ф. 7} $$

Подставляя вместо символьных обозначений вероятностных цепочек их формулы (ф.4 – ф.6) получаем ф.7.1:

$$ \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} + \frac{2^n-1}{2^{2n}} + \frac{2^n-1}{2^{2n}} + \frac{1}{2^{2n}} = 1 \qquad \text{Ф. 7.1} $$

С помощью ф.7 и ф.7.1 в таблице 2 производится описание разнообразных возможных комбинаций вероятностных цепочек.

Таблица 2.

	Ситуация	Вывод реализующейся вероятностной формулы
1	$\neq$_ $^{\mathrm{n}}$SX _$\neq$	${}^{n}p\left({}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{k}}\mathrm{SX}\right) = 1 - \frac{2^n-1}{2^{2n}} - \frac{2^n-1}{2^{2n}} - \frac{1}{2^{2n}} = \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} = \left(1-\frac{1}{2^n}\right)^2$
2	$\neq$_ $^{\mathrm{n}}$SX _ $^{\mathrm{n}}$S	${}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{left}_{right}\right) = 1 - \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} - \frac{2^n-1}{2^{2n}} - \frac{1}{2^{2n}} = \frac{2^n-1}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$
3	$^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$SX_$\neq$	${}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{left}_{right}\right) = 1 - \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} - \frac{2^n-1}{2^{2n}} - \frac{1}{2^{2n}} = \frac{2^n-1}{2^{2n}}$
4	$^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$SX_ $^{\mathrm{n}}$S	${}^{n}p\left({}^{n}_{k}SX^{n}_{n}\right) = 1 - \frac{(2^{\mathrm{n}}-1)^2}{2^{2\mathrm{n}}} - \frac{2^n-1}{2^{2n}} - \frac{2^n-1}{2^{2n}} = \frac{1}{2^{2n}}$
5	$^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$SX_???	$^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$S X_$\neq$ + $^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$S X_ $^{\mathrm{n}}$S = $\frac{2^n-1}{2^{2n}} + \frac{1}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}$
6	???_ $^{\mathrm{n}}$SX_ $^{\mathrm{n}}$S	$\neq$_ $^{\mathrm{n}}$S X _ $^{\mathrm{n}}$S + $^{\mathrm{n}}$S _ $^{\mathrm{n}}$S X_ $^{\mathrm{n}}$S = $\frac{2^n-1}{2^{2n}} + \frac{1}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}$

В строке 1таблицы 2 выведена формула для расчёта выпадения ситуации $\neq$_ $^{\mathrm{n}}$SX _$\neq$, в которой длина зондового события не равна длинам окружающих его событий. Она имеет классический вид (1-p)*(1-p).

Такое же совпадение с классическим видом получено для ситуаций в строках 2 и 3: (1-p)*p; p*(1-p).

В строке 4 так же получено совпадение формулы с классическим видом для ситуации: p*p.

В строке 5 выведена классическая формула выпадения в потоковой последовательности составного события длины n. Вероятность того, что справа выпадет событие такой же длины: $\frac{1}{2^n}$. Вероятность того, что справа событие такой же не повторится: $1-\frac{1}{2^n}$.

Если слева событие **не** повторилось, то вероятность того, что справа событие повторится: $\frac{{}_k^nS_{right}^{left}}{{}_k^nSX+{}_k^nS_{right}^{left}}=\frac{2^n-1}{2^{2n}}:\frac{2^n-1}{2^n}=\frac{1}{2^n}$

Если слева событие **не** повторилось, то вероятность того, что справа событие не повторится: $\frac{{}_k^nSX}{{}_k^nSX+{}_k^nS_{right}^{left}}=\frac{(2^n-1)^2}{2^{2n}}:\frac{2^n-1}{2^n}=\frac{2^n-1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$

Рассмотренные выше цепочки составных событий обладали вполне определённой длиной n. При переходе от составных событий определённой длины к множеству составных событий разных длин, так же возникают вероятностные отношения.

Возможность выбора пропорций будущих потоков, на основе анализа длин выпавших событий.

В работе [4] на основе экспериментальных данных показано, что если реализовалась ситуация $\neq\_{}^{n}SX$, то есть длина зондового составного события НЕ равна длине предшествующего ему составного события, то с вероятностью 0,8192 у составного события, следующего за зондовым событием, будет другая длина, не равная длине зондового события. А, с вероятностью 0,1808 длина последующего составного события совпадёт с длиной зондового события.

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}{}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{n}}\mathrm{SX}\cong\underbrace{0{,}6372\cdot\frac{N}{k}}_{81{,}92\%\ от\ \frac{7}{9}\cdot\frac{N}{k}}\right)+\left(\sum_{n=1}^{\infty}{}_k^nSX_{right}^{left}\cong\underbrace{0{,}1406\cdot\frac{N}{k}}_{18{,}08\%\ от\ \frac{7}{9}\cdot\frac{N}{k}}\right)=\frac{7}{9}\cdot\frac{N}{k}\to\begin{cases}(2):\ \to 82\%\\(3):\ \to\ 18\%\end{cases}$$

Если реализовалась ситуация ^{n}S _ ^{n}S X, то есть длина зондового события равна длине предшествующего составного события, то с вероятностью 0,6326 последующее составное событие будет иметь длину не равную длине зондового события. А с вероятностью 0,3674 длина составного события следующего за зондовым событием совпадёт с его длиной.

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} {}_{k}^{n}SX_{right}^{left} \cong \underbrace{0{,}1405 \cdot \frac{N}{k}}_{63{,}26\%\ от\ \frac{2}{9} \cdot \frac{N}{k}}\right) + \left(\sum_{n=1}^{\infty} {}_{k}^{n}SX_{n}^{n} \cong \underbrace{0{,}0816 \cdot \frac{N}{k}}_{36{,}74\%\ от\ \frac{2}{9} \cdot \frac{N}{k}}\right) = \frac{2}{9} \cdot \frac{N}{k} \to \begin{cases} (4): \to 63\% \\ (5): \to 37\% \end{cases}$$

Анализируя длины зондового и предшествующего ему составных событий можно выбирать из двух потоков результаты угадываний имеющих разную вероятность: (0,8192; 0,1808) и (0,6326; 0,3674). Интересно отметить зеркальность двух цифр после запятой для каждого из потоков.

Надо отметить, что при последовательном, пошаговом, прохождении ПП (без пропусков элементарных событий и без зондового исследования, работа [1]) число повторяющихся событий в ПП будет: $\frac{N}{2} - \frac{N}{3} = \frac{N}{6}$.
Повторов, друг за другом, составных событий с одинаковыми длинами: $\frac{N}{6} : \frac{N}{2} \cdot 100 = 33{,}3\ \%$. Выпадение последующего события другой длины произойдёт в 66,7% случаях смен составных событий.

Расчёт числа одинарных цуг потоковой последовательности по результатам внедрения зонда.

Замечаем, что событие ${}_{k}^{n}SX$ является одинарной цугой $^{n}C_1$: ${}_{k}^{n}SX \equiv {}^{n}C_1$.

Число попаданий зонда ${}_{k}^{n}SX$ в одинарные составные события ПП F0,5(N) можно связать с числом её цуг ${}^{n}C_{1N}$. Для этого надо умножить ${}_{k}^{n}SX$ на k и разделить на n. Действительно, так как:

$${}_{k}^{n}SX = {}_{k}^{n}S_N \cdot \frac{(2^n - 1)^2}{2^{2n}} = \frac{n \cdot N}{k \cdot 2^{n+1}} \cdot \frac{(2^n - 1)^2}{2^{2n}} = \frac{n \cdot N}{k} \cdot \frac{(2^n - 1)^2}{2^{3n+1}}$$

То:

$$ {}^{n}C_{1N} = \frac{(2^n - 1)^2}{2^{3n+1}} N = {}^{n}_{k}SX \cdot \frac{k}{n}, \qquad где\ k > n $$

Коэффициент связи между цепочкой ${}^{n}_{k}SX$ и числом составных событий ${}^{n}S_N$ в ПП

$$ \frac{{}^{n}S_N}{{}^{n}_{k}S_N} = \frac{N}{2^{n+1}} : \frac{n \cdot N}{k \cdot 2^{n+1}} = \frac{k}{n}\ ,\ где\ k > n $$

Выражение числа составных событий ${}^{n}S_N$ ПП через ${}^{n}_{k}S_N$: ${}^{n}S_N = {}^{n}_{k}S_N \cdot \frac{k}{n} = \frac{n \cdot N}{k \cdot 2^{n+1}} \cdot \frac{k}{n} = \frac{N}{2^{n+1}}$

Несколько отношений между величинами таблицы 1, которые близки к пропорциям Золотого и Серебряного сечений.

1) Сумма всех составных событий в столбце 2 равна 12 746 464. Отношение этой суммы к общему числу зондовых замеров (20000000) приближается к золотому сечению: 12 746 464/20000000=0,6373232.
2) В зондовых событиях находится 60007685 эл. В среднем на одно зондовое событие приходится 3,00 эла. Отношение среднего числа элементарных событий (1,89) в столбцах 3, 4 - к среднему числу эл приходящихся на одно зондовое событие (3,00) приближаются к золотому сечению: 1,89/3,00=0,63.
3) Отношение суммы эл из второго столбца к сумме эл всех зондовых событий (и наоборот) хорошо совпадает с серебряным сечением: 47 292 171/60007685=0,78810; 60007685 / 47 292 171 = 1,2689
4) Сумма всех составных событий столбцов 3 и 4 между собой делённая на сумму составных событий столбца 2, хорошо соответствует величине серебряного сечения: (2 809 849+2 811 672) / 12 746 464 = 0,44103.

5) Та же самая сумма всех составных событий столбцов 3 и 4 между собой хорошо соответствует величине второго плеча серебряного сечения: (2 809 849+2 811 672+1 632 014)/12 746 464=0,56906.

Библиографический список

1. Филатов О. В., Филатов И.О., Макеева Л.Л. и др. «Потоковая теория: из сайта в книгу». М.: Век информации, 2014. С.200.
2. Филатов О. В., Филатов И.О., Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», № 5, 2014.
3. Филатов О. В., Филатов И.О., Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение 1)», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», № 6, 2014.
4. Филатов О. В., Филатов И.О., Статья «О закономерностях структуры бинарной последовательности (продолжение 2)», «Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов», № 7, 2014.